260. 紙上談話會高橋君論文214番

條件(6)ノ感想ノ追加

掛谷宗一(東大)

條件(6)ノ下ニ $f(x)=0$ ヲ研究スルコトハ

$$\frac{(x-1)f(x)}{p_0+iq_0}=x^{n+1}-\left\{\frac{r_1+is_1}{p_0+iq_0}x^n+\frac{r_2+is_2}{p_0+iq_0}x^{n-1}+\cdots\cdots+\frac{r_{n+1}+is_{n+1}}{p_0+iq_0}\right\}=0$$

ヲ條件

$$r_1, r_2 \cdots\cdots, s_1, s_2, \cdots\cdots \geqq 0$$

$$r_1+\cdots\cdots+r_{n+1}=p_0>0$$

$$s_1+\cdots\cdots+s_{n+1}=q_0>0$$

ノ下ニテ研究スルニ同ジ。

$$\frac{r_k+is_k}{p_0+iq_0}=c_k$$

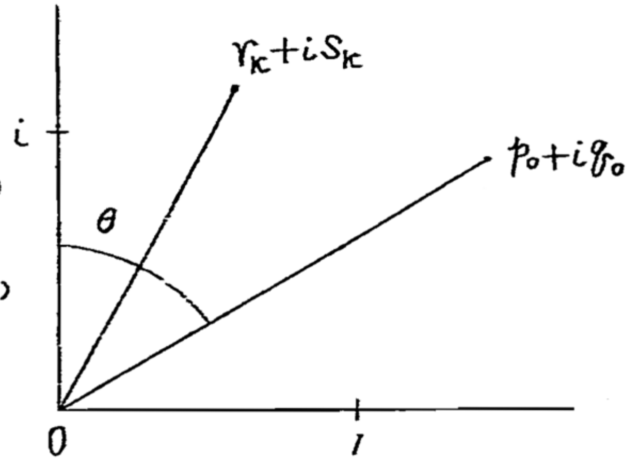
ト置キテ更ニ換言スレバ，

條件

$$C_1+C_2+\cdots\cdots+C_{n+1}=1 \cdots\cdots(1)$$

$$\theta-\frac{\pi}{2}\leqq amp(C_k)\leqq\theta \cdots(2)$$

$$\left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\right)$$

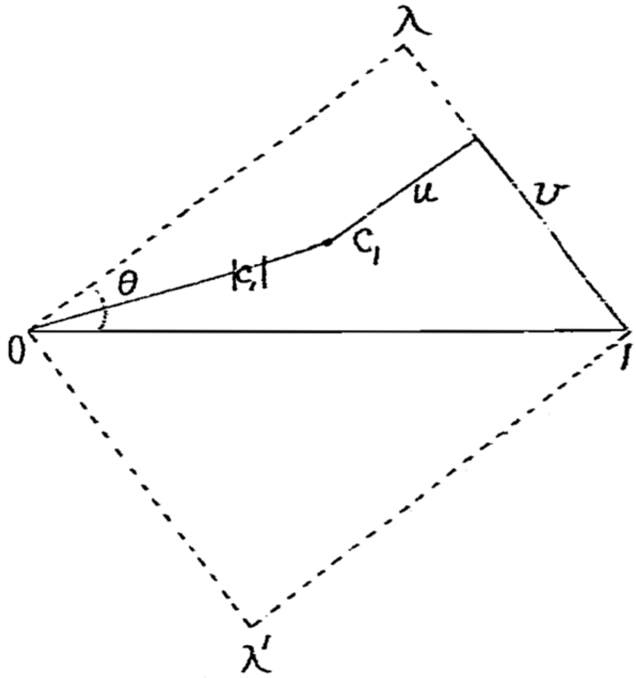


ノ下ニテ方程式

$$x^{n+1}-\{C_1x^n+C_2x^{n-1}+\cdots\cdots+C_{n+1}\}=0 \cdots\cdots\cdots(3)$$

ヲ研究スルニ同ジ。

0 1 ヲ對角線トシテ矩形 0λ 1λ′ ヲ作リ ∠λ0 1 ＝θ ナラシメレバ條件 (1), (2) アルガタメニ，先ヅ C_1 ハ此ノ矩形内ニアラザルベカラズ。又



$$C_2+C_3+\cdots\cdots+C_n=1-C_1$$

ト條件 (2) トヨリシテ

$$|C_2|+|C_3|+\cdots\cdots+|C_n|\leqq u+v \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

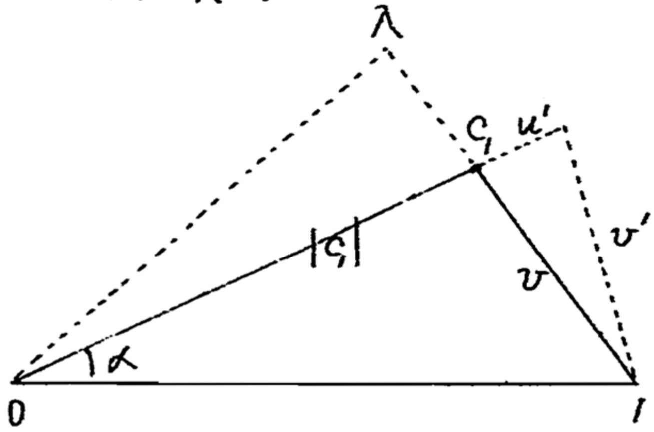
但シ u, v ハ C_1 ヨリ 1 マデ矩形ノ辺ニ平行ニ進ム上ノ圖ノ如キ両線分ナリ。

故ニ $|x|>1$ ナルトキハ

$$|C_1||x|^n+|C_2|x^{n-1}+\cdots\cdots+|C_{n+1}|$$

$$\leqq|C_1||x|^n+(u+v)|x|^{n-1}\cdots\cdots\cdots(5)$$

(5) ノ（右辺）ノ式ハ C_1 ガ 01 ニ直角ニ 01 ヲ離レテ進ム程大キクナル。遂ニ 0λ ノ上ニ来ルトキハ更ニ 0λ ニ沿フテ λ マデ進メバ大キクナル。若シ最初 1λ ノ上ニ来レバ更ニ 1λ 上ニテ適当ニ動カセ。要スルニ (5) 式ヲ最大ナラシムル場合ノ C_1 ノ位置ハ 1λ ノ上ニアリ，其時 $u=0$ トナル。[1]



此時 C_1 ヨリ 1 マデ OC_1 ノ延長 u' 及ビ夫レト垂直ナル v' ニ沿フテ進メバ v ヨリ短カカラズ。故ニ $|C_1|$, v ノ代リニ夫々 $|C_1|+u'$, v' ヲ取レバ (5) ガ更ニ大キクナル。

故ニ結局 (5) ヲ最大ナラシムル C_1 ノ amplitude ヲ α トスレバ (5) ノ式ハ

$$\cos\alpha\,|x|^n+\sin\alpha\,|x|^{n-1} \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\left(0\leqq\alpha\leqq\frac{\pi}{2}\right)$$

ヨリ大ナラズ。

サテ二次方程式

$$x^2-\cos\alpha\,x-\sin\alpha=0 \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

ノ正根

$$\rho=\frac{\cos\alpha+\sqrt{\cos^2\alpha+4\sin\alpha}}{2} \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

ハ，計算ニヨレバ

---

(1) 一般性ヲ失フコトナク C_1 ハ $\triangle 0\lambda 1$ 内ニアルモノトセリ。

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

ノトキ最大トナリ，其ノ時ノρハ

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2} \times \frac{\sqrt{5}+1}{2}} < 1.3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

ナリ。（間違ヘルヤモ計リ難シ）

故ニ今$|x| > \rho_0$ナラバ

$$|x|^2 > \cos\alpha\,|x| + \sin\alpha \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

即チ　$|x|^{n+1} > \cos\alpha\,|x|^n + \sin\alpha\,|x|^{n-1}$

即チ　$> |c_1||x|^n + (u+v)|x|^{n-1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$

故ニ（5）ノ不等関係ヨリ明カニ

$$|x|^{n+1} > |c_1||x|^n + |c_1||x|^{n-1} + \cdots\cdots + |C_{n+1}| \quad \cdots\cdots (13)$$

故ニ此ノxハ（3）ヲ満足セズ。

即チ（10）ニ示セルρ_0ガ一ツノ求ムル upper bound トナル。

高橋君ノ論文デ得ラレタル upper bound ガ$\sqrt{2}=1.4\cdots\cdots\cdots$小論ノモノハ$\rho_0 = 1.28\cdots\cdots\cdots$ニシテ1マデノ距離ガ$\frac{1}{4}$程縮小セル次第ナリ。

此ノ趣向ニテ更ニ詳シク研究スルコトモ可能ナルガ如ク感ゼラル。